

**Cinvestav, Unidad Guadalajara**

**Examen Tipo, Preselección**

**Matemáticas, Parte I**

**Bibliografía principal:**

- W. Fleming y D. Varberg, *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, Pearson Prentice Hall, Tercera Ed., 1999.

**Bibliografía adicional:**

- A. Baldor, *Álgebra*, Patria, Segunda Ed., 2007.

**A) Números y sus propiedades, Reales y Complejos. (Capítulo 1 y sección 9.6, texto principal).**

**1.-** Encuentre el valor de  $z$  efectuando la siguiente división:

$$z = \frac{2+3i}{3+4i}$$

**(Nota:**  $i = \sqrt{-1}$ )

**2.-** Encuentre la representación polar del siguiente número complejo.

$$z = 3 - 4i;$$

además dé una representación gráfica de  $z$  en el plano complejo  $XY$  indicando en ella los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $r$  y  $\theta$ .

**3.-** Simplifique la siguiente expresión:

$$\frac{2^8 i^{19}}{(-2i)^{11}}$$

**B) Polinomios, factorización, división sintética. (Capítulos 2 y 10.1, texto principal).**

**4.-** Obtenga a  $q(x)$  como un polinomio de quinto grado aplicando división sintética a la siguiente expresión:

$$q(x) = \frac{x^6 - 64}{x - 2}$$

5.- Reduzca el siguiente cociente a su mínima expresión.

$$q(x) = \frac{x^2 + 7x + 10}{x^2 - 25}$$

6.- Demuestre que el siguiente polinomio tiene a -1 y a 5 como ceros de multiplicidad 2. Encuentre los ceros restantes. (Se recomienda emplear división sintética).

$$p(x) = x^6 - 8x^5 + 7x^4 + 32x^3 + 31x^2 + 40x + 25$$

**C) Ecuaciones lineales con una incógnita. (Capítulo 3, texto principal).**

7.- Resuelva la siguiente ecuación:

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}$$

8.- Convierta la siguiente expresión en una ecuación lineal polinómica, resuelva para  $x$  y verifique su solución.

$$\frac{x}{2x-4} - \frac{2}{3} = \frac{7-2x}{3x-6}$$

9.- Una mujer tiene en su monedero \$ 4.45 en monedas de 10 y de 25 centavos. Si tiene 25 monedas en total, ¿Cuántas monedas de 10 centavos tiene?

**D) Ecuaciones simultáneas con dos incógnitas. (Capítulo 3, texto principal).**

10.- ¿Cuál es la solución para  $x$  y para  $y$  del siguiente par de ecuaciones:

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + y &= 4 \\ x + 3y &= 12 \end{aligned}$$

11.- Un avión vuela de Puerto Azul a Ciudad Progreso, con viento a favor de  $60 \text{ km/hr}$ , en un tiempo de dos horas. Sin embargo, si volara de Ciudad Progreso a Puerto Azul con ese mismo viento en contra tardaría  $2 \text{ hr } 30 \text{ min}$ . ¿Cuál es la velocidad de crucero del Avión (sin viento)? ¿Cuál es la distancia entre Puerto Azul y Ciudad Progreso?

12.- La suma de los cuadrados de tres enteros positivos, que son impares y consecutivos, es de 683. Encuentre dichos tres enteros.

**E.- Inecuaciones. (Sección 3.5, texto principal).**

- 13.- Resuelva la siguiente inecuación indicando los rangos de valores de  $x$  que cumplen con la desigualdad.

$$\frac{1}{x-2} + 1 < \frac{2}{x+2}$$

**F.- Sistemas de ecuaciones lineales, matrices y vectores. (Capítulo 11, texto principal).**

- 14.- Para el siguiente sistema de ecuaciones escriba la matriz aumentada correspondiente y resuélvala por eliminación de Gauss; es decir, obtenga los valores de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

$$3x - 2y + 4z = 0$$

$$x - y + 3z = 1$$

$$4x + 2y - z = 3$$

- 15.- Encuentre los dos vectores en el plano  $XY$ , que son de longitud unitaria y perpendiculares a  $v = 3\hat{i} - 4\hat{j}$ .

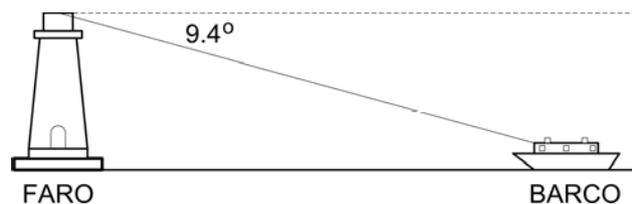
- 16.- Obtenga la suma  $A+B$  y el producto  $A \times B$  de las siguientes matrices.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 4 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$$

**G.- Trigonometría. (Capítulos 7, 8, 9, texto principal).**

- 17.- Sabiendo que  $\tan(\theta) = 0.75$  y que  $0 < \theta < \pi/2$ , obtenga los valores de  $\sin\theta$ ,  $\cos\theta$ ,  $\cot\theta$ .

- 18.- Desde la punta de un faro, a 100 m sobre el nivel del mar, el ángulo de depresión (el ángulo hacia abajo desde la horizontal) en dirección a un barco en el mar es de  $9.4^\circ$ . ¿A qué distancia está el barco de la base del faro?



**19.-** Demuestre la siguiente identidad trigonométrica:

$$\frac{\cos^3 t + \operatorname{sen}^3 t}{\cos t + \operatorname{sen} t} = 1 - \operatorname{sen} t \cos t .$$

**20.-** Resuelva la siguiente ecuación trigonométrica para  $0 \leq t \leq 2\pi$  :

$$\cos^2(t) + 2 \cos(t) - 3 = 0 .$$

**H.- Geometría Analítica. (Capítulos 4 y 13, texto principal).**

**21.-** Encuentre la ecuación de la recta en el plano  $XY$  que pasa por los puntos (2,3) y (4,8).

**22.a.-** ¿A que tipo de curva cónica corresponde la siguiente expresión?

$$x^2 - 2y^2 - 6x + 8y = 1$$

**22.b.-** Trace su gráfica correspondiente, indicando en ella los valores de los rasgos principales (p. ej., posición de centro o de focos, asíntotas, intersección con los ejes, etc.)

**23.a.-** Mediante la rotación apropiada de ejes elimine el término  $xy$  de la siguiente expresión.

$$x^2 + 24xy + 8y^2 = 136$$

**23.b.-** ¿A que tipo de curva cónica corresponde tal expresión?

**Bibliografía:**

- E.J. Purcell, D. Varberg, y S.E. Rigdon, *Cálculo*, Pearson Prentice Hall, Novena Ed., 2007.
- L. Leithold, *El Cálculo*, Oxford, Séptima Ed., 2007.

1. Determine el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{\frac{x^3 + 2x + 3}{x^2 + 5}}$$

2. Se  $h$  la función definida por:

$$h(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & x \leq 1 \\ 2 + x^2, & 1 < x \end{cases}$$

a) Dibuje la gráfica de  $h(x)$

b) Determine, si existen, los límites:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} h(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 1^+} h(x)$ , y  $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$

3. Evaluar el límite utilizando la regla de L'Hopital

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$$

4. Encontrar la ecuación de la tangente en el punto correspondiente al valor dado de  $x_0$ .

$$y = 2x + 3\sqrt{x}, \quad x_0 = 4$$

5. Calcule las derivadas para las siguientes funciones:

$$f(x) = 7x^4 + 5$$

$$f(x) = \frac{2x^3 + 4}{x^2 + 1}$$

$$f(x) = x^2 \operatorname{sen}(x)$$

6. Dada  $x \cos(y) + y \cos(x) - 1 = 0$  calcule  $dy/dx$

7. Calcule la derivada de  $y$  con respecto a  $x$ , suponiendo que  $y$  es una función derivable de  $x$ .

$$x^5 - 2x^3 y^2 + 3xy^4 - y^5 = 5$$

8. Para la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  determine los extremos relativos de  $f$ , los valores de  $x$  en los que ocurren los extremos relativos, los intervalos en los que  $f$  es creciente y decreciente.

9. Para la función  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  encuentre el punto de inflexión y determine dónde es cóncava hacia arriba y hacia abajo.

10. ¿En qué intervalos es integrable la función  $f(x) = -1/x$ ?

11. Calcule las siguientes integrales:

$$\int_2^5 \frac{1}{x^2} dx$$

$$\int_0^{\pi} 3 \cos(x - \pi/2) dx$$

$$\int e^{2x+1} dx$$

12. Utilice integración por partes para evaluar  $\int x \cos(x) dx$ .

13. Encontrar la longitud del arco:

$$x = 6 \cos(t), \quad y = 6 \sin(t), \quad \pi/3 \leq t \leq \pi/2$$

14. Debe construirse una caja de base cuadrada y sin tapa, y el área del material a emplear debe ser de  $100 \text{ cm}^2$ . ¿Qué dimensiones debe tener para que su volumen sea máximo?

15. Determine los primeros cinco términos de la serie de Maclaurin para  $f(x) = e^x$ .

16. Determine  $dw/dt$  mediante la regla de la cadena, exprese su respuesta final en términos de  $t$ .

$$w = e^x \sin(y) + e^y \sin(x), \quad x = 3t, \quad y = 2t$$